

Exercices : Tableau de Karnaugh

Exercice 1

Tableau 1

		a b					
		0 0	0 1	1 1	1 0		
c d	0 0	1	1	1	1		
	0 1	1	1	1	1		
	1 1	0	1	1	0		
	1 0	0	1	1	0		

Solution

		a b					
		0 0	0 1	1 1	1 0		
c d	0 0	1	1	1	1		
	0 1	1	1	1	1		
	1 1	0	1	1	0		
	1 0	0	1	1	0		

		a b					
		0 0	0 1	1 1	1 0		
c d	0 0	1	1	1	1		
	0 1	1	1	1	1		
	1 1	0	1	1	0		
	1 0	0	1	1	0		

- Rassemblement vert : b
- Rassemblement bleu : c^-

$$N = b + c^-$$

Tableau 2

		a b					
		0 0	0 1	1 1	1 0		
c d	0 0	1	0	0	1		
	0 1	0	1	1	0		
	1 1	0	1	1	0		
	1 0	1	0	0	1		

Solution

		a b				
P	c d	0 0	0 1	1 1	1 0	
		0 0	1	0	0	1
c d	0 1	0	1	1	0	
	1 1	0	1	1	0	
	1 0	1	0	0	1	

		a b				
P	c d	0 0	0 1	1 1	1 0	
		0 0	1	0	0	1
c d	0 1	0	1	1	0	
	1 1	0	1	1	0	
	1 0	1	0	0	1	

- Rassemblement bleu : $b^- . d^-$.
- Rassemblement vert : $b . d$.

$$P = b^- . d^- + b . d$$

Tableau 3

		a b				
Q	c d	0 0	0 1	1 1	1 0	
		0 0	1	0	0	1
c d	0 1	1	1	1	1	
	1 1	1	1	0	0	
	1 0	0	0	0	0	

Solutions

		a b				
Q	c d	0 0	0 1	1 1	1 0	
		0 0	1	0	0	1
c d	0 1	1	1	1	1	
	1 1	1	1	0	0	
	1 0	0	0	0	0	

		a b				
Q	c d	0 0	0 1	1 1	1 0	
		0 0	1	0	0	1
c d	0 1	1	1	1	1	
	1 1	1	1	0	0	
	1 0	0	0	0	0	

- Rassemblement bleu : $c^- . d$.
- Rassemblement vert : $a^- . d$.
- Rassemblement rouge : $b^- . c^-$.

$$Q = d . c^- + a^- . d + b^- . c^-$$

Tableau 4

		a b					
R		0 0	0 1	1 1	1 0		
		0 0	0 0	1 1	1 0		
c d	0 1	1	0	1	1		
	1 1	1	1	1	1		
	1 0	0	0	1	0		

Solution

		a b					
R		0 0	0 1	1 1	1 0		
		0 0	0 0	1 1	1 0		
c d	0 1	1	0	1	1		
	1 1	1	1	1	1		
	1 0	0	0	1	0		

		a b					
R		0 0	0 1	1 1	1 0		
		0 0	0 0	1 1	1 0		
c d	0 1	1	0	1	1		
	1 1	1	1	1	1		
	1 0	0	0	1	0		

- Rassemblement vert : $a \cdot b$.
- Rassemblement bleu : $c \cdot d$.
- Rassemblement orange : $b^- \cdot d$.

$$R = a \cdot b + c \cdot d + b^- \cdot d$$

Tableau 5

		a b					
S		0 0	0 1	1 1	1 0		
		0 0	0 1	1 1	1 0		
c d	0 1	1	0	0	1		
	1 1	1	0	0	1		
	1 0	0	1	1	0		

Solution

		a b					
S		0 0	0 1	1 1	1 0		
		0 0	0 1	1 1	1 0		
c d	0 1	1	0	0	1		
	1 1	1	0	0	1		
	1 0	1	1	0	0		

		0 0 0 1 1 1 1 0				
		0 0	0	1	1	0
c d	0 1	1	0	0	1	
	1 1	1	0	0	1	
	1 0	0	1	1	0	

- Rassemblement rouge : $b \cdot d^-$.
- Rassemblement vert : $b^- \cdot d$.

$$S = b \cdot d^- + b^- \cdot d$$

Tableau 6

		a b				
		0 0 0 1 1 1 1 0				
		0 0	0	1	0	1
c d	0 1	1	0	1	1	
	1 1	0	1	0	1	
	1 0	1	1	1	1	

Solution

		a b				
		0 0	0 1	1 1	1 0	
c d	0 0	0	1	0	1	
	0 1	1	0	1	1	
	1 0	1	0	1	1	
	1 1	1	1	1	1	

		a b				
		0 0	0 1	1 1	1 0	
c d	0 0	0	1	0	1	
	0 1	1	0	1	1	
	1 0	1	0	1	1	
	1 1	1	1	1	1	

		a b				
		0 0	0 1	1 1	1 0	
c d	0 0	0	1	0	1	
	0 1	1	0	1	1	
	1 0	1	0	1	1	
	1 1	1	1	1	1	

		a b				
		0 0	0 1	1 1	1 0	
c d	0 0	0	1	0	1	
	0 1	1	0	1	1	
	1 0	1	0	1	1	
	1 1	1	1	1	1	

		a b				
		0 0	0 1	1 1	1 0	
c d	0 0	0	1	0	1	
	0 1	1	0	1	1	
	1 0	1	0	1	1	
	1 1	1	1	1	1	

		a b				
		0 0	0 1	1 1	1 0	
c d	0 0	0	1	0	1	
	0 1	1	0	1	1	
	1 0	1	0	1	1	
	1 1	1	1	1	1	

		a b				
		0 0	0 1	1 1	1 0	
c d	0 0	0	1	0	1	
	0 1	1	0	1	1	
	1 0	1	0	1	1	
	1 1	1	1	1	1	

- Rassemblement bleu : $a \cdot b^-$.
- Rassemblement vert : $c \cdot d^-$.
- Rassemblement rouge : $a^- \cdot b \cdot c$.

- Rassemblement orange : $a \cdot c^- \cdot d$.
- Rassemblement jaune : $a^- \cdot b \cdot d^-$.
- Rassemblement mauve : $b^- \cdot c^- \cdot d$.

$$T = a \cdot b^- + c \cdot d^- + a^- \cdot b \cdot c + a \cdot c^- \cdot d + a^- \cdot b \cdot d^- + b^- \cdot c^- \cdot d$$

Exercice 2

		a b c							
d e	V	0 0 0	0 0 1	0 1 1	0 1 0	1 1 0	1 1 1	1 0 1	1 0 0
	0 0	0	1	1	0	0	1	1	0
	0 1	0	1	1	0	0	1	1	0
	1 1	0	1	1	0	0	1	1	0
	1 0	0	1	1	0	0	1	1	0

solution

On observe une symétrie :

		a b c							
d e	V	0 0 0	0 0 1	0 1 1	0 1 0	1 1 0	1 1 1	1 0 1	1 0 0
	0 0	0	1	1	0	0	1	1	0
	0 1	0	1	1	0	0	1	1	0
	1 1	0	1	1	0	0	1	1	0
	1 0	0	1	1	0	0	1	1	0

ce qui donne un tableau comme ceci en éliminant la variable **a**:

		b c			
d e	V	0 0	0 1	1 1	1 0
	0 0	0	1	1	0
	0 1	0	1	1	0
	1 1	0	1	1	0
	1 0	0	1	1	0

On observe de nouveau une symétrie :

		b c			
d e	V	0 0	0 1	1 1	1 0
	0 0	0	1	1	0
	0 1	0	1	1	0
	1 1	0	1	1	0
	1 0	0	1	1	0

et redonne un tableau comme celui-ci en éliminant la variable **d**:

	b c					
V	0	0	0	1	1	1
e	0	0	1	1	0	
	1	0	1	1	0	

On peut alors facilement résoudre le tableau et ressortir l'équation avec ce rassemblement :

	b c					
V	0	0	0	1	1	1
e	0	0	1	1	0	
	1	0	1	1	0	

Le rassemblement rouge donne l'équation : $V = c$

Exercice 3

	a b c											
W	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0
	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1
d e	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	
	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	
	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	

Solution

On constate que l'on a un axe de symétrie selon la variable **a**

	a b c											
W	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0
	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1
d e	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	
	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	
	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	

ce qui nous donne maintenant ce tableau

	b c				
W	0	0	0	1	1
	0	0	1	0	0
d e	0	1	0	1	0
	1	1	0	1	0
	1	0	1	0	0

On retrouve de nouveau un axe de symétrie

	b c			
W	0	0	0	1
	0	0	1	0
d e	0	1	0	0
	1	1	0	0
	1	0	0	1

et on peut donc éliminer la variable **d**

		b c					
W		0 0 0 1 1 1 1 0					
e	0	1	0	0	1		
	1	0	1	0	0		

Maintenant on peut résoudre le tableau

		b c						
W		0 0 0 1 1 1 1 0						
e	0	1	0	0		1		
	1	0	1	0	0			

- Le rassemblement violet donne : $e^- \cdot c^-$.
- Le rassemblement vert donne : $b^- \cdot c \cdot e$.

L'équation est donc : $W = e^- \cdot c^- + b^- \cdot c \cdot e$.

Exercice 4

		a b c																	
Z		0 0 0 0 0 1 0 1 1 0 1 0 1 1 1 1 0 1 1 0 0																	
	0 0	1	1	1	0	0	1	1	1										
d e	0 1	0	1	1	0	0	1	1	0										
	1 1	1	1	1	1	1	1	1	1										
	1 0	1	0	0	1	1	0	0	1										
																			solution

On constate un axe de symétrie

Z		a b c																		
		0 0 0 0 0 1 0 1 1 0 1 0 1 1 1 1 0 1 1 0 0																		
d e	0 0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0 1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1 1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1 0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1

Et on peut donc éliminer la variable **a**

		b c			
Z		0 0 0 1 1 1 1 0			
	0 0	1	1	1	0
d e	0 1	0	1	1	0
	1 1	1	1	1	1
	1 0	1	0	0	1

Il nous reste maintenant à résoudre le tableau

		b c					
d e	Z	0	0	0	1	1	1
		0	0	1	1	1	0
	0 0	1	1	1	0		
	0 1	0	1	1	0		
	1 1	1	1	1	1		
d e	Z	0	0	0	1	1	1
		0	0	1	1	1	0
	0 0	1	1	1	0		
	0 1	0	1	1	0		
	1 1	1	1	1	1		
d e	Z	0	0	0	1	1	1
		0	0	1	1	1	0
	0 0	1	1	1	0		
	0 1	0	1	1	0		
	1 1	1	1	1	1		
d e	Z	0	0	0	1	1	1
		0	0	1	1	1	0
	0 0	1	1	1	0		
	0 1	0	1	1	0		
	1 1	1	1	1	1		
d e	Z	0	0	0	1	1	1
		0	0	1	1	1	0
	0 0	1	1	1	0		
	0 1	0	1	1	0		
	1 1	1	1	1	1		
d e	Z	0	0	0	1	1	1
		0	0	1	1	1	0
	0 0	1	1	1	0		
	0 1	0	1	1	0		
	1 1	1	1	1	1		

- Le rassemblement jaune donne : $c^- . d$.
- Le rassemblement vert donne : $c . d^-$.
- Le rassemblement rouge donne : $d . e$.
- Le rassemblement mauve donne : $b^- . c^- . e^-$.

l'équation est donc $Z = c^- . d + c . d^- + d . e + b^- . c^- . e^-$.