

Exercice 1 Multiplieur par 4 et code BCD (20 minutes)

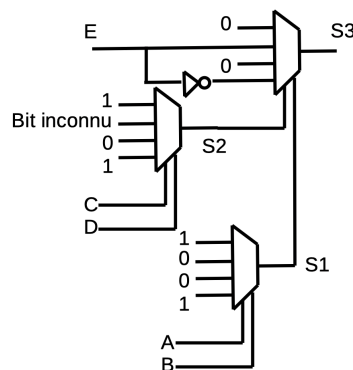
Pour cet exercice uniquement on pourra s'aider des tableaux préremplis donnés en annexe (toutes les lignes/colonnes ne sont pas forcément utiles et tous les tableaux de Karnaugh non plus).

On souhaite réaliser un circuit qui multiplie par 4 un nombre écrit en code BCD sur un seul chiffre. Le résultat doit être obtenu directement en code BCD.

1. Combien à t'on de bits d'entrée? Combien à t'on de bits de sortie? Justifier soigneusement dans les deux cas.
2. Donner la table de vérité du circuit.
3. Donnez les expressions les plus simplifiées de chaque sortie (ne pas faire de simplification à l'aide de Ou Exclusif).

Exercice 2 Multiplexeurs (5 minutes)

Dans la structure suivante utilisant trois multiplexeurs 4 vers 1 (avec les conventions de commande des multiplexeurs vu en cours), on sait que $S_3 = (A \oplus B) \cdot (E \oplus (\bar{C} + D))$. En déduire, en justifiant soigneusement, la valeur du bit inconnu.



Exercice 3 Arithmétique (30 minutes)

On rappelle que pour deux nombre entiers naturels a et b , on associe de manière unique deux nombres entiers naturels q et r qui vérifient $a = b \times q + r$ et $r < b$. On appelle q et r le quotient et le reste de la division entière de a par b .

1. Parmi ces cinq nombres $N_1 = (11000010)_2$, $N_2 = (10010100)_2$, $N_3 = (11101111)_2$, $N_4 = (10000011)_2$, et $N_5 = (10101000)_2$ lesquels sont divisibles par deux en décimal (c'est-à-dire lesquels sont ils pairs)? Justifier.

2. Lesquels sont divisibles par 4, 8 et 16? Justifier soigneusement.

3. Donnez le quotient **sous forme binaire** d'une division entière par 2, 4 et 8 des nombres N_2 et N_4 . On ne se préoccupera pas du reste ici.

4. En généralisant, que suffit-il de faire pour obtenir le quotient sous forme binaire d'une division entière d'un nombre binaire par 2^n ?

5. Si l'on souhaite multiplier un nombre binaire quelconque par une puissance de 2, quelle méthode peut-on utiliser afin d'éviter la multiplication ?

6. Si l'on souhaite multiplier un nombre binaire quelconque par 3 ou par 10, quelle méthode peut-on utiliser pour éviter la multiplication ?

Exercice 4 Représentation des nombres et conversions (20 minutes)

1. Soit le nombre $(2^{15})_{10}$. En justifiant, combien faut-il de bits au minimum pour le représenter en binaire non signé ? Soit le nombre $(2^{15})_{10s}$. En justifiant, combien faut-il de bits au minimum pour le représenter en binaire signé (complément à 2) ? Soit le nombre $(-2^{15})_{10s}$. En justifiant, combien faut-il de bits au minimum pour le représenter en binaire signé (complément à 2) ?

2. Donnez, en puissance de deux et en justifiant, le **nombre de bits** que contiennent les grandeurs suivantes : 2 Kio et 512 Gio. Donnez, à l'aide des préfixes binaires Kio, Mio ou Gio, le **nombre d'octets** que contiennent les grandeurs suivantes : 2^{14} bits, 2^{26} octets et 2^{32} octets. Vous choisirez un préfixe qui permet d'obtenir la plus petite valeur numérique entière.

3. La représentation hexadécimale¹ du temps divise la journée en $(16)_{10}$ heures hexadécimales par jour. Chaque heure hexadécimale contient $(256)_{10}$ minutes hexadécimales et chaque minute hexadécimale contient $(16)_{10}$ secondes hexadécimales. Combien dure une journée en seconde hexadécimale (donner le résultat en base 10 puis 16) ? Combien dure une heure hexadécimale en seconde hexadécimale (donner le résultat en base 10 puis 16) ? Combien dure une minute hexadécimale en seconde hexadécimale (donner le résultat en base 10 puis 16) ? Combien dure une heure hexadécimale en heure décimale classique (on pourra se contenter d'écrire la fraction sans la simplifier) ? Donner la fraction qui relie une seconde hexadécimale à une seconde décimale classique. Ecrire « midi » en temps hexadécimal.

Exercice 5 Algèbre de Boole (20 minutes)

En utilisant uniquement les règles de l'algèbre de Boole, simplifier au maximum les équations logiques $F_1(A, B, C) = \overline{A.B} + \overline{A.C} + \overline{A.B.C}$; $F_2(A, B, C, D) = \overline{A.B.C} + \overline{(A + B + C)} + \overline{A.B.C.D}$ et $F_3(A, B, C, D) = A + B.\overline{D} + \overline{A}.(B.C.\overline{D} + C + D)$.

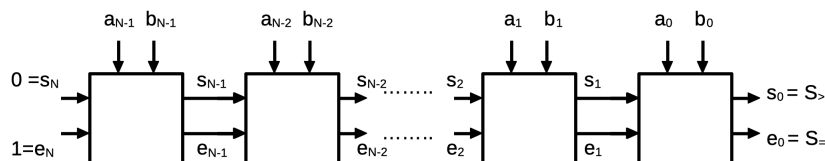
Exercice 6 (25 minutes)

On rappelle ci-dessous la structure de circuit obtenu après une conception itérative pour un comparateur de type « $A > B$ », où A et B sont des nombres en binaire naturel (non signé) de même taille N bits chacun (les éléments de A sont notés a_i et les éléments de B sont notés b_i avec $i = 0, \dots, N - 1$ et les bits de poids fort sur le bloc de gauche). Ce circuit renvoi 1 sur la sortie $S_>$ si $A > B$ (et 0 sur la sortie $S_=>$) et renvoie 1 sur la sortie $S_=>$ si $A = B$ (et 0 sur la sortie $S_>$).

1. Redémontrez en justifiant soigneusement l'équation reliant s_i à s_{i+1} , e_{i+1} , a_i et b_i ainsi que l'équation reliant e_i à e_{i+1} , a_i et b_i .

2. Que ce passe t'il si l'on choisit $e_N = s_N = 0$?

3. Proposer une modification de l'étage de bit de poids fort si on désire adapter le circuit pour comparer des nombres en binaire signé (complément à 2) de même taille N bits chacun.



1. On rappelle les différentes puissances de 16 : $16^2 = 256$, $16^3 = 4096$ et $16^4 = 65536$. De plus en temps décimal classique il y a 86400 secondes par jours.