

Corrigé

Exercice 1

1) 4 entrées car le nombre est codé sur 1 seul chiffre
8 sorties car, au pire, on aura $9 \times 4 = 36$ (4 sorties pour les unités et 4 sorties pour les dizaines). (Rq : 6 sorties suffisent car le nombre décimal max est 3)

2)

	α_3	α_2	α_1	α_0	β_7	β_6	β_5	β_4	β_3	β_2	β_1	β_0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	4
2	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	8
3	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	12
4	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	16
5	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	20
6	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	24
7	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	28
8	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	32
9	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	36

3) $\Rightarrow \beta_7 = \beta_6 = \beta_0 = 0$

On remarque que $\beta_4 = \beta_1$

β_3

	α_3	α_2	α_1	α_0
00	0	0	0	1
01	0	0	1	0
10	X	X	X	X
11	0	0	X	X

β_5

	α_3	α_2	α_1	α_0
00	0	0	0	0
01	0	1	1	1
10	X	X	X	X
11	1	1	X	X

β_1

	α_3	α_2	α_1	α_0
00	0	0	1	0
01	1	0	0	0
10	X	X	X	X
11	1	1	X	X

β_2

	α_3	α_2	α_1	α_0
00	0	1	0	0
01	1	0	0	1
10	X	X	X	X
11	0	1	X	X

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \beta_4 = \alpha_3 + \alpha_2 \bar{\alpha}_1 \bar{\alpha}_0 + \bar{\alpha}_2 \alpha_1 \alpha_0 \\ \beta_2 &= \alpha_2 \bar{\alpha}_0 + \bar{\alpha}_2 \alpha_1 \alpha_0 \\ \beta_3 &= \alpha_2 \alpha_1 \alpha_0 + \bar{\alpha}_2 \alpha_1 \bar{\alpha}_0 \\ \beta_5 &= \alpha_3 + \alpha_2 \alpha_0 + \alpha_2 \alpha_1 \end{aligned}$$

Exercice 2

$$S_3 = E \cdot \bar{S}_2 \cdot S_1 + \bar{E} S_2 S_1 = S_1 \cdot (S_2 \oplus E)$$

avec $S_1 = \bar{A} \bar{B} + A B = A \oplus B$ et $S_2 = \bar{C} \bar{D} + C D$ si bit-in-com

Exercice 3 :

1) Les nb pairs se terminent par au moins 1 zéro

$$\Rightarrow N_1, N_2 \text{ et } N_5$$

$$\begin{aligned} &= \bar{C} \bar{D} + C D + \bar{C} D \text{ si bit-in-com} \\ &= \bar{C} + C D = \boxed{\bar{C} + D} \quad \boxed{= 1} \\ &\text{par identification} \end{aligned}$$

2) $(X)_{10} = \alpha_0 + \alpha_1 2 + \alpha_2 4 + \dots$ Divisible par 4 si $\alpha_0 = \alpha_1 = 0$ (2)
 \Rightarrow 2 premier bits de poids faible sont égaux à zéro
 De même le nb est divisible par 8 si les 3 premiers bits de poids faible sont égaux à zéro etc.

Divisible par 4: N_2 et N_5
 8: N_5
 16: Aucun

3) $(N_2)_{10} = 4 + 16 + 128 = 148 \Rightarrow 148 \div 2 = 74$ (reste à zéro)
 $148 \div 4 = 37$ (reste à zéro)
 $148 \div 8 = 18$ (reste à un)

$$(74)_{10} = (1001010)_2$$

$$(37)_{10} = (100101)_2$$

$$(18)_{10} = (10010)_2$$

$(N_4)_{10} = 1 + 2 + 128 = 131 \Rightarrow 131 \div 2 = 65$ (reste à un)
 $131 \div 4 = 32$ (reste à un)
 $131 \div 8 = 16$ (reste à zéro)

$$(65)_{10} = (1000001)_2$$

$$(32)_{10} = (100000)_2$$

$$(16)_{10} = (10000)_2$$

4) Il suffit de réaliser un décalage de n bits vers la droite

5) Un décalage de un bit vers la gauche.

6) $3n = 2n + n \Rightarrow$ on réalise un décalage de un bit vers la gauche puis une addition

$10n = 8n + 2n \Rightarrow$ on additionne le nb décalé de 3 bits vers la gauche avec le nb décalé de 1 bit vers la gauche.

Exercice 4: Sur T bits on code entre $[0, 2^T - 1]$ en binaire nat
 $[-2^{T-1}, 2^{T-1} - 1]$ en C2

1) $(2^{15})_{10} \rightarrow 16 \text{ bits minimum}$

$(2^{15})_{10} \rightarrow 17 \text{ bits minimum}$ et $(-2^{15})_{10} \rightarrow 17 \text{ bits minimum}$

2) $2 \text{ Kio} = 2 \times 2^{10} \text{ octets} = 8 \times 2^9 \times 2^{10} \text{ bits} = 2^{19} \text{ bits}$

$512 \text{ Gio} = 512 \times 2^{30} \text{ octets} = 8 \times 2^9 \times 2^{30} \text{ bits} = 2^{42} \text{ bits}$

$2^{19} \text{ bits} = 2^3 \cdot 2^{16} \text{ bits} = 2^{16} \text{ octets} = 2 \cdot 2^{15} \text{ octets} = 2 \text{ Kio}$

$$2^{26} \text{ octets} = 2^6 \cdot 2^{20} \text{ octets} = \boxed{64 \text{ Mio}}$$

3

$$2^{32} \text{ octets} = 2^8 \cdot 2^{24} \text{ octets} = \boxed{16 \text{ Gio}}$$

$$3) 1 \text{ journée} = \frac{(16 \times 256 \times 16)}{16^4} \text{ sec hex} = \frac{(65536)}{(10000)} \text{ sec hex}$$

$$1 \text{ heure hex} = \frac{(16 \times 256)}{16^3} \text{ sec hex} = \frac{(4096)}{(1000)} \text{ sec hex}$$

$$1 \text{ minute hex} = \frac{(16)}{(10)} \text{ sec hex} = \frac{(10)}{(16)} \text{ sec hex}$$

$$1 \text{ heure hex} = \frac{24}{16} \text{ heure decimale} (= 1.5 \text{ heures})$$

$$\boxed{\text{Midnight} = 8:00:00}$$

Exercise 5:

$$1) F_1 = A \cdot B + A \cdot C + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C = (\bar{A} + B)(\bar{A} + C) + \bar{A} \bar{B} C = \bar{A} + \bar{A} \cdot \bar{C} + \bar{B} \bar{A} + \bar{B} \bar{C} + \bar{A} \bar{B} C$$

$$= \bar{A}(1 + \bar{C}) + \bar{B} \bar{C} + \bar{A} \bar{B} C = \boxed{\bar{A} + \bar{B} \bar{C}}$$

$$F_2 = \bar{A} \bar{B} C + \bar{A} \bar{B} \bar{C} + \bar{A} \bar{B} \bar{C} D = \boxed{\bar{A} \bar{B} (C + \bar{C} D)} = \boxed{\bar{A} \bar{B} (C + D)}$$

$$F_3 = A + B \cdot \bar{D} + \bar{A} (\bar{B} \bar{C} \bar{D} + C + D)$$

$$= A + B \bar{D} + \bar{A} (C + \bar{B} + D) \text{ car } \bar{B} \bar{D} + D = \bar{B}$$

$$= \underbrace{A + \bar{A} \bar{B}}_{A + \bar{B}} + B \bar{D} + \bar{A} C + \bar{A} D = \underbrace{A + \bar{A} C}_{A + C} + \bar{B} + B \bar{D} + \bar{A} D$$

$$= \underbrace{A + \bar{A} D}_{A + D} + C + \bar{B} + B \bar{D}$$

$$= A + C + \bar{B} + \underbrace{D + B \bar{D}}_{D + B} = \boxed{A + C + D}$$

= à l'étage i

Exercise 6:

$$1) s_i = s_{i+1} + e_{i+1} \cdot (\alpha_i \cdot \bar{\beta}_i) \text{ et } e_i = e_{i+1} \cdot (\alpha_i \oplus \beta_i)$$

$A > B$ à l'étage i

$$2) s_N = e_N = 0 \Rightarrow s_{N-1} = e_{N-1} = 0 \Rightarrow \dots \Rightarrow s_1 = s_0 = 0 (B < A)$$

3) On enlève les entrées s_N et e_N et on calcule les équations

a_{N-1}	b_{N-1}	s_{N-1}	e_{N-1}	
0	0	0	0	→ bit classifié
0	1	1	0	→ $A > B$
1	0	0	0	→ $A < B$
1	1	0	1	→ ordonnance en C2 est le même

$$\begin{cases} s_{N-1} = a_{N-1} \cdot b_{N-1} \\ e_{N-1} = a_{N-1} \oplus b_{N-1} \end{cases}$$